$\log 5 = n . \log (1+k)$

$\log 5 = n . \log 1{,}07$

$n = \dfrac{\log 5}{\log 1{,}07}$

$n = \dfrac{0{,}699}{0{,}0294} = 23{,}73$

$n \cong 24$

ÖRNEK : Belli bir faiz oranıyla 14 dönem boyunca bankada bırakılan para 5 katına ulaştığına göre uygulanan faiz yüzde kaçtır?

$5 = 1 \times (1+k)^{14}$

$\sqrt[14]{5} = \sqrt[14]{(1+k)^{14}}$

$\sqrt[14]{5} = 1+k$

$1{,}1218 = 1+k$

$k = 0{,}1218$

$\Rightarrow \%\ 12{,}18$

ÖRNEK : % 20 faiz oranıyla 7 dönem boyunca bankaya yatırılmış X TL, 7. dönem sonunda 100 695 104,3 TL.'ye ulaşmışsa başlangıçta yatırılan tutar kaç TL'dir?

$FV = PV \times (1+k)^n$

$100\,695\,104{,}3 = PV \times \underbrace{(1+0{,}20)^7}_{3{,}5832}$

$PV = X = \dfrac{100\,695\,104{,}3}{3{,}5832} = 28.102{,}005\ TL$

2-) BUGÜNKÜ DEĞER

Gelecek değeri belirleyen çekirdek $(1+k)^n$ dir.
[$(1+k)^n$ = gelecek değer faktörü – FVIF)

Bugünkü değeri belirleyen çekirdek $\frac{1}{(1+k)^n}$ 'dir.

$\frac{1}{(1+k)^n}$ ⇒ bugünkü değer faktörü (PVIF)

n dönem sonra elimize geçecek 1 liranın k sabit faiz oranıyla bugünkü değerini ifade eder.

$$PVIF = \frac{1}{FVIF} \qquad FVIF = \frac{1}{PVIF}$$

$$\boxed{PV = \frac{FV}{(1+k)^n}}$$

⇓

Alternatif olarak

⇓

$$PV = FV \times PVIF_{\%k,n}$$

⇒ İskonto etmek. Bugüne indirgiyoruz.

(⇒ Her iki faktör de kullanılırken çarpılarak kullanılır.)

ya da

$$PV = FV \times \frac{1}{FVIF_{\%k,n}}$$

<u>ÖRNEK</u> : %14 faiz oranıyla 25 yıl sonra elimize geçecek olan 49.000 TL'nin bugünkü değeri nedir?

$$PV = FV \times PVIF_{\%x,n}$$

$$PV = 49.000 \times \frac{1}{(1+0,14)^{25}}$$

$$\frac{1}{(1+0,14)^{25}} = 0,0378$$

$$PV = 49.000 \times 0,0378 = \underline{\underline{1,852}}$$

ya da

$$PV = \frac{FV}{(1,14)^{25}}$$

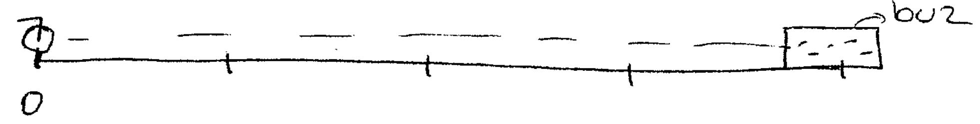
$(1,14)^{25} = 264619$ (FVIF → Tablo 1 iden)

$$PV = \frac{FV}{264619}$$

$$PV = \frac{49.000}{264619}$$

$$PV = \underline{\underline{1,852}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{FVIF} = PVIF \qquad \frac{1}{26469} = 0,0378$$



Buzu sabit bir hızla çekiyoruz. Geçtiği yüzeyin ısısına bağlı olarak hacim kaybediyor. O noktasındaki hacminin ne kadar olduğunu buluyoruz.

Asla O noktasında 'sıfır' damaz.

Sıcaklığı aynı kabul ediyoruz.
" arttırırsak daha fazla erir; ama asla 'sıfır' olmaz. Sıfıra yakın bir değer alabilir.

ÖRNEK: %25 faiz oranıyla n dönem bankada kalan 40.000 TL'nin bugünkü değeri 10.000 TL ise kaç dönem bankada kalmıştır?

$FV = PV \times (1+0,25)^n$

$4 = 1 \times (1,25)^n$

$n \cong 6$ (Tablo 1'den)

ya da

$4 = (1+k)^n$

$\log 4 = \log (1+k)^n$

$\log 4 = n \cdot \log (1+k)$

$n = \frac{\log 4}{\log (1+k)}$

$n = \frac{\log 4}{\log 1,25}$

$n \cong 6,2$

ÖRNEK: 5 dönem sonra elimize geçecek 370.000 TL bugünkü değeri 200.000 TL ise faiz oranı nedir? $(k=?)$

$370.000 = 200.000\,(1+k)^5$

$\frac{370000}{200.000} = (1+k)^5$

$(1+k)^5 = 1,85$

$k = 0,13 \Rightarrow$ Tablo 1'den

ya da

$$(1+k)^5 = \frac{370.000}{200.000}$$

$$(1+k)^5 = 1,85$$

$$1+k = \sqrt[5]{1,85}$$

$$1+k = 1,13$$

$$k = 0,13$$

ÖRNEK: % 18 faiz oranıyla 15 dönem sonra elimize geçecek X TL'nin bugünkü değeri 25.000 TL ise X = ?

$$FV = PV \times (1+k)^n$$

$$FV = 25.000 \times (1+0,18)^{15}$$

$$FV = X = 25.000 \times (1,18)^{15}$$

$$(1,18)^{5} \Rightarrow 11,9737 \quad \text{(Tablo 1)}$$

$$FV = 25.000 \times 11,9737$$

$$FV = 299.350 \text{ TL}$$

Bugünkü değer hesaplamasında, gelecekteki bir parasal büyüklüğün bugünkü değeri hesaplanıyor.

Asıl ilgilenilen konu bu.

iskonto

reeskont

⇒ Senetleri iskonto ediyoruz.

Normalde alacak senetleri bankaya götürülüp kırdırılır (iskonto). Bankanın da ihtiyacı varsa o da Merkez Bankası'nda kırdırır (reeskont).

⇒ 1 senede 2. kez kırdırılmış olur.

Merkez Bankası'nda kırdırılan senet, daha önce kırdırılmıştır.

Merkez Bankası reeskont faiz oranları dikkate alınır. Bu faiz oranı (bütün piyasayı açıklaması açısından) daha anlamlıdır. ⇓

Reeskont faiz oranı ile reeskont faiz tutarının belirlenmesi,

Reeskont tutarı = Gelecek değerle bugünkü değer arasındaki fark.

Bankalar gelecekteki faiz beklentilerine göre iskonto yapar.

$k \uparrow \rightarrow PV \downarrow \rightarrow FV \uparrow$

Faiz oranları azaltıcı etki yapar (bugünkü değer)

Faiz oranının içinde; risk, tüketime olan gereksinim, ... bulunur.

Risk $\uparrow \rightarrow PV \downarrow$ ⇒ Bağlantılı

Günlük yaşantıda karşılaşılan birçok sorunun arkasında bu tür hesaplamalar vardır.

Paranın zaman değeri günlük hayatta da karşımıza çıkar.

Finansal yöneticiler, şirketin bugünkü değerini artırmayı amaçlar.

Bunu da,

- nakit akışını artırarak
- riski azaltarak

yapabilirler.

Bir şeyin değeri, onun gelecekteki menfaatidir.

⇒ Beklentilerle ilgilidir.

Ticaretteki risk buradan kaynaklanır.

Beklentilerin gerçekleşmemesi zarar verirse, beklentilerin gerçekleşmesi için çaba sarfedilir.

Bu da toplumsal yararı beraberinde getirir.



TAKSİTLER (PMT) —Payment—

$$PV = \frac{FV}{(1+k)^n} \rightarrow PV = FV \times \underline{PVIF}_{\%k;n}$$

↓ bugünkü değer faktörü

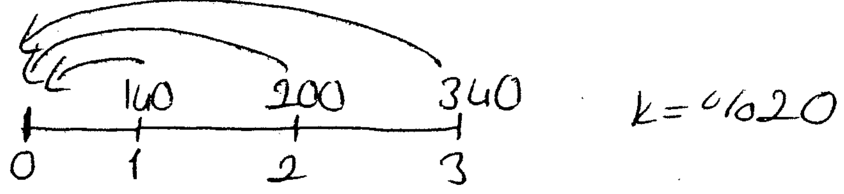
$$FV = PV \times (1+k)^n \rightarrow FV = PV \times \underline{FVIF}_{\%k;n}$$

↓ gelecek değer faktörü

Bu formüllerle aslında tüm paranın değeri ile ilgili soruları çözebiliriz. Ancak taksitler söz konusu ise başka bir formülle daha kolaylıkla çözüme ulaşabiliriz.

⇒ Gelecek değeri ve bugünkü değeri belirleyen 2 önemli değişken vardır. Bunlar faiz oranı ve dönem sayısıdır.

ÖRN → 3 dönemlik nakit akışları aşağıdaki gibiyse ve faiz oranı sabit bir değer olan $k = \%20$ ise 3 nakit akışının bugünkü değerini hesaplayabiliriz.



$k = \%20$

$$140 \times \frac{1}{(1+k)^n} = 140 \times \frac{1}{1{,}2} =$$

$$200 \times \frac{1}{(1+k)^n} = 200 * \frac{1}{(1{,}2)^2} =$$

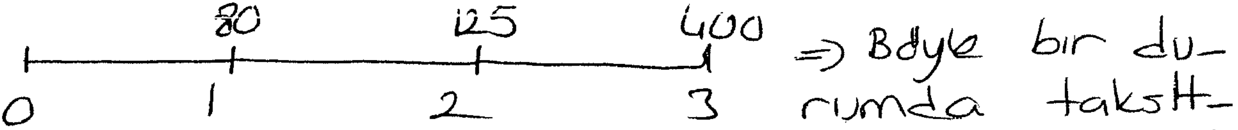
$$340 \times \frac{1}{(1+k)^n} = 340 \times \frac{1}{(1{,}2)^3} =$$

Tek tek bugünkü degere ulaşırız.

NOT= Eger dönemler boyunca faiz oranları degişmişse faktör tablolarının kullanımı elverişsizdir.

Taksitlerle ilgili formüller ise nakit akışları degişken degil de aynı oranda gerçekleşmişse kullanabiliriz. Yani her dönemdeki nakit akışlarının aynı tutarlarda olması gerekir.

TAKSİT = Eşit tutarlarda, eşit zaman aralıklarıyla gerçekleşen para hareketleridir.



⇒ Böyle bir durumda taksitlerle ilgili formülleri kullanamayız.

Genel kural ⇒ Taksitlerin aksi belirtilmedikçe dönem sonunda ödendiği varsayılmaktadır.

Yani nakit akışlarının ilgili dönemin sonunda ger-

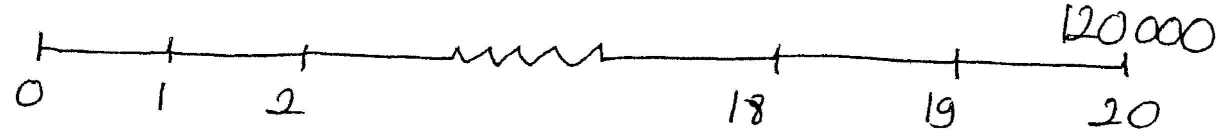
gerçekleştiği varsayılır.

TAKSİTLERİN GELECEK DEĞER FAKTÖRÜ

ÖRNEK = 20 yıl boyunca piyasa faiz oranlarının aynı olacağı / değişmeyeceği varsayımı altında 120 000 YTL'ye araba alabilmek için (20 yıl sonunda) her yıl sonunda ne kadar tasarruf edilmesi gerekir?

$k = 0,15$

19 yıl boyunca faiz tahakkuk ettirilmiş olacaktır.



$$\sum_{t=1}^{n} PMT \times (1+k)^{n-t}$$

⇓ Açılımı

$$PMT \times (1+0,15)^{20-1} + PMT \times (1+0,15)^{20-2} - - - - + PMT \times (1+0,15)^{20-20}$$

$= FVA$

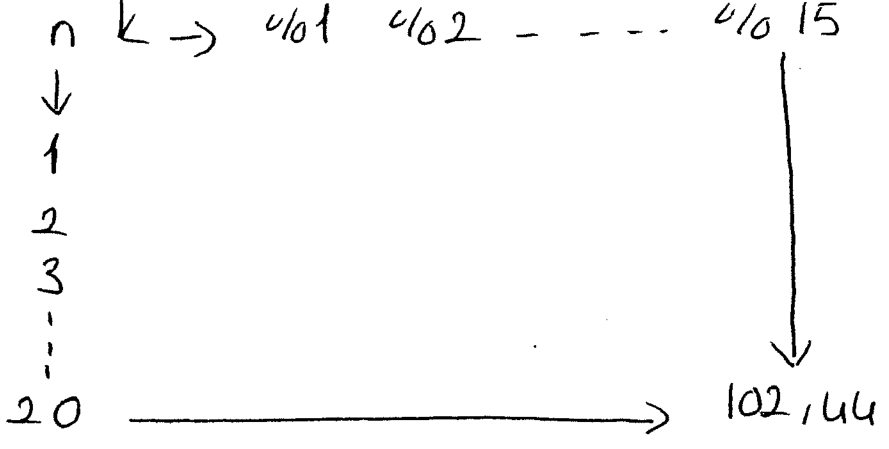
$$FVA = PMT \times FVIFA_{\%x;n}$$

↓ Soruda aranılan PMT'dir.

$$FVIFA_{\%k;n} = \frac{(1+k)^n - 1}{k}$$

$$FVIFA_{\%15;20} = \frac{(1+0,15)^{20} - 1}{0,15} = \frac{16,37-1}{0,15} = 102,47$$

Tablo 3'ten bulursak $FVIFA_{\%15;20} = 102,44$



$120000 = PMT \times 102,47$

$$PMT = \frac{120000}{102,47} = 1171 \text{ YTL}.$$

Kişinin gelecek planlarını yapması bu yolla mümkündür. Kişi kendi kendini emekli edebilir.

120000 YTL → Taksitlerin birikimli değeri
1171 YTL → 19 yıl boyunca her yıl sonundaki tasarruf miktarı.

Aynı soru taksitlerin dönem başında ödendiği varsayılarak yapılsaydı → Bu soruna BÜTÜN taksitler (1+k) değeri ile çarpılarak çözülebilir.

Örn → $120000 = PMT \times 102,47 \times (1+k)$

Yani → $\sum_{t=1}^{n} PMT \times (1+k)^{n-(t-1)}$

Pmx(

Yıl dönem başında ödenme sorununu çözen formülle bütün taksitlere 1 kez daha fazla ~~faiz~~ faiz tahakkuk ettirildiğini düşünüyoruz.

ÖRNEK => 3 yıl sonra 100.000 TL'lik yatırım yapacağız. Piyasa faiz oranı %10 ise her bir dönemin sonunda ne kadar tasarruf yapılmalıdır?

100000

0	1	2	3
	(30211)	(30211)	(30211)

$FVA = PMT \times FVIFA_{\%10;3}$

$100.000 = PMT \times \frac{(1+0,10)^3-1}{0,10}$

↳ $FVIFA = 3,31$

$100000 = PMT \times 3,31 \rightarrow \frac{100000}{3,31} = PMT$

$PMT = 30211$

Formülün açılımı kullanılırsa? (tersi)

$(30211 \times (1,1)^2) + (30211 \times (1,1)^1) + (30211 \times (1,1)^0) = 100000$

$36555 + 33232 + 30211 = 99998 \cong 100000$

⇓

Yaklaşık 100.000'i verir. Amaç 100000'e ulaşmaktır.

ÖRNEĞE EK!

Tasarrufların her dönemin başında yapıldığı varsayımı altında;



(27465) (27465) (27465)

$3,31 \times 1,1 = 3,641 \iff FVIFA \times (1+k)$

$FVA = PMT \times FVIFA \times (1+k)$

$100000 = PMT \times 3,641 \Rightarrow PMT = \frac{100000}{3,641}$

$PMT = 27465$

Açılımı

$\left(27465 \times (1,1)^3\right) + \left(27465 \times (1,1)^2\right) + \left(27465 \times (1,1)^1\right)$

Örneğin 2 şeklindede aslında 3 dönemlik nakit akışı var ama dönem başında ödeme olduğunda 1 kez daha faiz tahakkuk ettirildiği için taksit tutarı daha az çıkmaktadır.

ÖRNEK = 22 yıl sonra 160000 YTL'lik bir paraya ihtiyaç duyulacaktır. 22 yıl vadeyle %5 faiz oranıyla her bir dönemde yapmanız gereken tasarruf miktarı ne kadardır?

$FVA = PMT \times FVIFA_{\%x,n} \quad FVIFA_{\%x,n} = \frac{(1+k)^n - 1}{k}$

$$FVIFA_{\%5,22} = \frac{(1+0{,}05)^{22}-1}{0{,}05} = \frac{1925}{0{,}05} = 58{,}5$$

$$160000 = PMT \times 58{,}5$$

$$PMT = \frac{160000}{58{,}5} = 2735 \text{ YTL}$$

↓ her dönem sonunda yapmamız gereken tasarruf tutarı.

~~ÖRNEK~~ # NOT= Eğer tasarruf aylık yapılacak olsaydı $k/12$ ve $n \times 12$ yapıp FVIFA'yı ona göre hesaplayacaktık.

Yani $FVIFA_{\%\frac{k}{12};\, n \times 12}$

TAKSİTLERİN BUGÜNKÜ DEĞERİ

$$PVA = PMT \times PVIFA_{\%x;n}$$

$$PVIFA_{\%k;n} = \frac{1 - PVIF_{\%k;n}}{k} = \frac{1 - \frac{1}{(1+k)^n}}{k}$$

ÖRNEK = $k = \%14$, $n = 10$ ⟹ $PVIFA = ?$

$$PVIFA_{\%k;n} = \frac{1 - \frac{1}{(1+0{,}04)^{10}}}{0{,}04} = \frac{1 - 0{,}6757}{0{,}04} = \frac{0{,}3243}{0{,}04}$$

$= 8{,}1075$ ⟹ Aynı değeri taksitlerin bugünkü değeri tablosundan da bulabiliriz.

ÖRNEK = 150000 YTL'ye bugün ev satın alacağız bu sebeple bankadan 15 yıl vadeli %30 faizle kredi çekiyoruz. Bu krediyi 15 yıl içinde aylık olarak eşit taksitlerle geri ödeyeceğiz. Taksitler ne tutarda olmalıdır?

$15 \times 12 = 180 = n \qquad \frac{30}{12} = 2,5 = k \Rightarrow$ Aylık faiz

$$PVA = PMT \times PVIFA_{\%x;n}$$

$$150000 = PMT \times PVIFA_{\%2,5;180}$$

$$PVIFA_{\%2,5;180} = \frac{1 - \frac{1}{(1+0,025)^{180}}}{0,025} = \frac{1 - \frac{1}{85,17}}{0,025} = \frac{1-0,012}{0,025}$$

$$PVIFA_{\%2,5;180} = 39,53$$

$PMT = \frac{150\,000}{39,53} = 3795 \rightarrow$ ödememiz gereken aylık taksit tutarı.

EK ⇒ $3795 \times 180 = \underline{683\,025}$

⇓

150000 YTL kredi alırsınız ama nominal olarak 683025 YTL ödersiniz.

ÖRNEK = Taksitle araba satın almak istiyorsunuz. Arabanın peşin satış fiyatı 250.000 YTL'dir. Ancak satıcı işletme size 25 taksitle ve taksitler 30000 YTL çıkacak şekilde bir taksit seçeneği de sunmaktadır. Al–

yasa faiz oranı %12 iken arabayı peşin mi taksitli mi almak rasyoneldir?

$n = 25 \rightarrow$ aydır $\qquad \frac{12}{12} = 1 = k$ aylık faiz oranı

$$PVA = PMT \times PVIFA_{\%x;n}$$

$$PVA = 30000 \times PVIFA_{\%1;25}$$

$$PVIFA_{\%1;25} = \frac{1 - \frac{1}{(1,01)^{25}}}{0,01} = \underline{22,0232}$$

→ taksitlerin bugünkü değeri tablosundan bulunabilir.

$$PVA = 30000 \times 22,0232 = \underline{660.696} \text{ YTL}$$

⇓

Bu durumda bugünkü değerleri itibariyle peşin ve taksitli ödeme kıyaslandığında; peşin ödeme 660.696 ile 250000 YTL arasındaki fark kadar daha avantajlıdır.

VİZE SORUSU ⇒ Piyasa faiz oranlarının %24 olduğu ve değişmeyeceği varsayımı altında babanız size 6 aylık harcamalarınız için ya şimdi 2500000 TL yada ayda 500.000'er TL verecektir. Size faydası açısından hangisini tercih edersiniz?

$\frac{24}{12} = 2 \rightarrow$ aylık faiz oranı

$$PVA = PMT \times PVIFA_{\%x;n}$$

$$PVA = 500000 \times PVIFA_{\%2;6}$$

$$PVIFA_{\%2,6} = \frac{1-\frac{1}{(1+0{,}02)^6}}{0{,}02} = 5{,}6014$$

$PVA = 500000 \times 5{,}6014 = 2800700$ TL

⇓

Taksitler seçeneği bugünkü değeri itibari ile daha avantajlı olduğu için (peşin 2500000 TL'ye göre) taksitler seçeneğini tercih edersiniz.

Diğer Yöntem ; $FVA = PMT \times FVIFA_{\%x;n}$

$FVA = 500000 \times FVIFA_{\%2;6}$

$$FVIFA_{\%2;6} = \frac{(1+0{,}02)^6-1}{0{,}02} = 6{,}31$$

$FVA = 500000 \times 6{,}31 = 3{,}155{,}000$ ← Taksit seçeneği

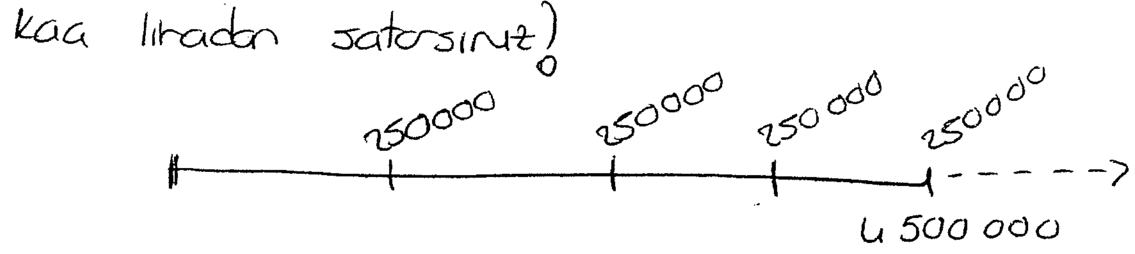
$FV = PV \times FVIF = 2500000 \times 1{,}1216 = 2804000$

⇓

Bu yöntem sonucunda da gelecek değeri itibari ile taksit seçeneği daha avantajlı olduğu için (peşin 2500000'ün gelecek değeri olan 2804000'e göre) taksitler seçeneğini tercih edersiniz.

ÖRNEK= faiz oranının %20 olduğu varsayımı altında gelecek 4 yıl boyunca 250000'er TL kira geliri sağlayacak ve 4 yılın sonunda da 4500000 TL'ye satılabilecek bir eviniz varsa ; bu evi şimdi satacak olsanız

kaç liradan satarsınız?



$PV = (250000 \times PVIFA_{\%20;4}) + (4500000 \times PVIF_{\%20;4})$

⇓

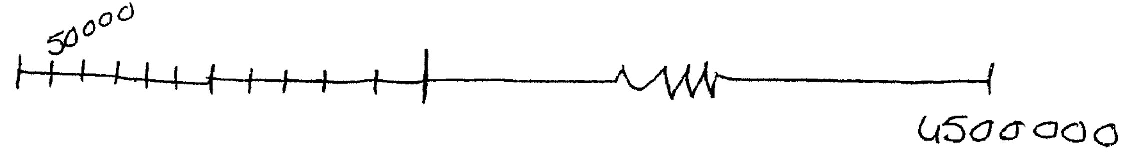
Bu değerden daha düşük bir değere satılmaz, çünkü bu evin bugünkü değeridir. Bu değerin üstünde bir tutara ev bugün satılmaya çalışılır.

Değişkenler → nakit akışları ve piyasa faiz oranları.

NOT → piyasa faiz oranları düşünce herhangi bir şeyin değeri artar.

NOT → Herhangi bir şeyin değeri onun gelecek dönemlerde sağlayacağı nakit akışlarının iskonto edilmiş değeridir.

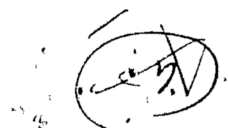
ÖRNEK = 4 yıl boyunca her ay 50000 TL'lik kira geliri sağlayacak ve 4 yılın sonunda 4500000 TL'ye satılacak evin bugünkü değeri nedir?

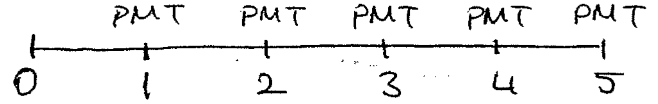


$PV = \left(50000 \times PVIFA_{\%\frac{20}{12};48}\right) + \left(4500000 \times PVIF_{\%\frac{20}{12};48}\right)$

⇓

kiralar aylık değerlendiriliyorsa, satış fiyatı da aylık bazda değerlendirilmek zorundadır.





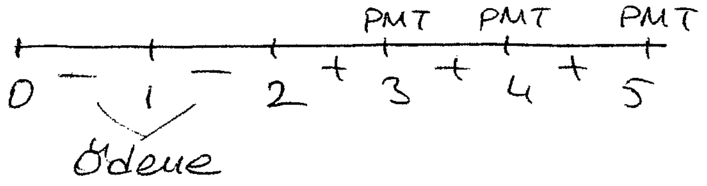
Taksitlerin bugünkü değeri hesaplanırken;

$$PVA = PMT \times PVIFA_{\%k;n}$$

$$PVIFA_{\%k;n} = \frac{1 - \frac{1}{(1+k)^n}}{k}$$

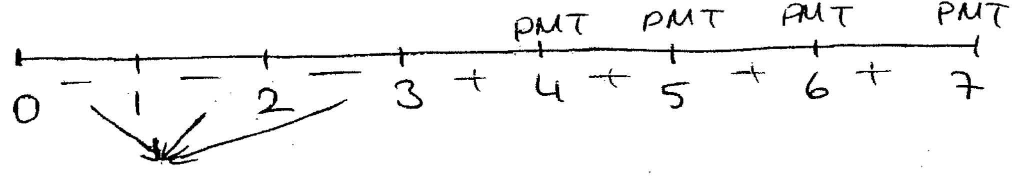
kullanılır.

ÖRNEK: Örneğin geri ödeme yapılırken 2 yıl geri ödemesiz geri kalanı taksitli ödeme yapılacak bir kredi borcunun taksitleri nasıl hesaplanır?



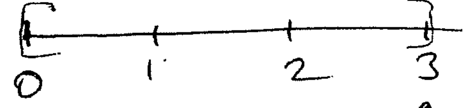
ÖRNEK: 1 000 000 YTL'yi (kredi) ilk 3 yıl ödemesiz 7 yıl vadeli olarak eşit taksitler halinde ödenirse; taksitler halinde geri ödeme planındaki her bir taksitin değeri ne olur?

$k = \%20$



Ödeme yok

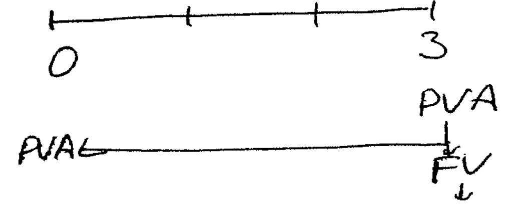
Öncelikle taksitlerin 3. dönemdeki değerine bakalım:



↑ Taksitlerin bugünkü değeri

$PVA = PMT \times PVIFA_{\%20;4}$

Daha sonra elde edilen bu değerin bugünkü değerinin 1 000 000 YTL olduğuna göre:



(Bugünkü 1000 000 YTL'nin gelecek değeri)

$PVA = FV \times PVIF_{\%k;n}$

FV ↓ $PMT \times PVIFA_{\%20;4}$

$$PVA = PMT \times PVIFA_{\%20;4} \times PVIF_{\%20;3}$$

$1000\,000 = PMT \times 2.587 \times 0.5787$

$1000\,000 = PMT \times 1.4981$

$$PMT = \frac{1000\,000}{1.4981}$$

$$PMT = 667\,512 \text{ YTL}$$

Bu tutarın doğruluğunu hesaplarsak;